

全耦合的一维两相喷管流的数值解

王慧玉 张远君

(北京航空学院)

摘 要

本文对控制方程组作了无因次处理,用龙格-库塔-基尔法进行了数值解。计算了五种粒度及两种微粒-气体质量流率比下微粒速度滞后及温度滞后,气相和凝相参数沿喷管长度的变化。分析讨论了所获得的结果,并简要地评论了几种一维两相喷管流模型。

一、前 言

为了提高固体火箭发动机的燃烧温度和理论比冲,在复合推进剂或改性双基推进剂中添加10~20%或更多的铝粉。这样,在燃烧产物中含有凝结的三氧化二铝微粒,其质量分数可达20~40%或更多。凝结微粒在喷管中相对于气相的速度滞后和温度滞后使喷管效率下降。因此,为了预估发动机的实际性能,必须计算这两种滞后损失,从而计算出发动机的实际推力和实际比冲。

一维两相喷管流模型中最简单的是平衡流模型。由于它没考虑滞后损失,所以只能用来计算两相混合物的热力学性质,和考虑两相流的发动机最大可能比冲。恒定比例滞后模型的计算方法简便,不过在凝相含量较大时,其计算结果与实际情况差别较大。本文介绍的全耦合模型考虑了气相与凝相之间的动量和能量传输以及其间的相互关系。利用本计算方法可作固体火箭和固-冲发动机喷管两相流计算。

二、控制方程组

2. 假设

- (1) 燃烧产物在喷管内的流动为一维、定常、绝能、成分冻结的两相流。
- (2) 凝相微粒为球形,在气相中均布。
- (3) 在凝相微粒中温度是均一的,比热恒定,不考虑微粒之间的相互作用,不考虑微粒所占的体积及布朗运动。
- (4) 气相为完全气体,且比热恒定,除了考虑气相与微粒之间的摩擦作用以外,气相无粘性。
- (5) 气相与微粒之间只通过对流方式进行热交换。
- (6) 忽略质量力、作用在微粒上的压强梯度力、表观质量力以及贝塞特力。

2. 控制方程组

(1) 质量方程

$$\text{气相} \quad \dot{W}_g = \rho_g u_g A \quad (1)$$

$$\text{凝相} \quad \dot{W}_p = \rho_p u_p A \quad (2)$$

(2) 动量方程

$$\text{气-凝相} \quad \rho_g u_g \frac{du_g}{dx} + \rho_p u_p \frac{du_p}{dx} + \frac{dp}{dx} = 0 \quad (3)$$

$$\text{凝相} \quad u_p \frac{du_p}{dx} = \frac{3}{8} \frac{C_p \rho_g}{r_p \rho_p} (u_g - u_p) |u_g - u_p| = E |u_g - u_p| \quad (4)$$

式中, r_p 为微粒半径; E 为两相阻力耦合参数。

(3) 能量方程

$$\text{气-凝相} \quad \dot{W}_g \left[c_{pg}(T_g - T_{og}) + \frac{1}{2} u_g^2 \right] + \dot{W}_p \left[c(T_p - T_{op}) + \frac{1}{2} u_p^2 \right] = 0 \quad (5)$$

$$\text{凝相} \quad u_p \frac{dT_p}{dx} = \frac{3h}{\rho_g c r_p} (T_g - T_p) \quad (6)$$

(4) 气体状态方程

$$p = \rho_g R T_g \quad (7)$$

在以上诸式中, C_p 为凝相微粒的阻力系数, c_{pg} 为气相的定压比热, c 为微粒的比热。

3. 控制方程组的无因次化

为了计算方便, 根据喷管的进口条件 $T_0 = T_{og} = T_{op}$ 和喷管的长度 L , 将前面的方程组无因次化。

令 $U_0 = (2C_{pg}T_0)^{\frac{1}{2}}$, $x^* = x/L$, $A^* = AU_0 p_0 / \dot{W}_g R T_0$, $p^* = p/p_0$, $T_g^* = T_g/T_0$, $T_p^* = T_p/T_0$, $u_g^* = u_g/U_0$, $u_p^* = u_p/U_0$ 。得出无因次的计算方程组如下:

$$\frac{du_p^*}{dx^*} = E \frac{(u_g^* - u_p^*)}{u_p^*} \quad (8)$$

$$\frac{dT_p^*}{dx^*} = B \frac{(T_g^* - T_p^*)}{u_p^*} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dx^*} = & 2Ma^2 \left(\frac{1}{T_g^*} + \frac{u_g^{*2}}{T_g^{*2}} \right) \left[\frac{T_g^*}{A^*} \frac{dA^*}{dx^*} - \right. \\ & \left. \frac{du_p^*}{dx^*} \left(\frac{2m_p c_{pg} u_g^*}{R} - 2m_p u_p^* \right) + \frac{m_p c}{c_{pg}} \frac{dT_p^*}{dx^*} \right] \\ & + (Ma^2 - 1) \frac{2c_{pg} u_g^{*2}}{\gamma R T_g^{*2}} \left[\frac{m_p c}{c_{pg}} \frac{dT_p^*}{dx^*} + 2m_p u_p^* \frac{du_p^*}{dx^*} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

$$u_g^* = \left[\frac{M_a^2 \gamma R T_g^*}{2c_{pg}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$T_g^* = \frac{1 + \frac{m_p c}{c_{pg}} - \frac{m_p c}{c_{pg}} T_p^* - m_p u_p^{*2}}{1 + \frac{Ma^2 \gamma R}{2c_{pg}}} \quad (12)$$

$$p^* = \frac{T_g^*}{Au_g^*} \quad (13)$$

式中, B 为两相的传热耦合参数 $B = (6Nuk/\rho_p c d_p)(L/U_0)$, 其中 k 为气体的热传导系数, Nu 为努赛数, d_p 为微粒直径, $m_p = \dot{W}_p/\dot{W}_g$ 。

在推导过程中, 得

$$\frac{du_g^*}{dx^*} = \frac{Ma^2(1-\gamma)}{2u_g^*} \left[-\frac{T_g^*}{A^*} \frac{dA^*}{dx^*} + \left(\frac{2m_p c_{pg} u_g^*}{R} - 2m_p u_p^* \right) \frac{du_p^*}{dx^*} - \frac{m_p c}{c_{pg}} \frac{dT_p^*}{dx^*} \right] \quad (14)$$

显然, 此方程在 $Ma = 1$ 时出现了奇点, 利用变量置换法可以消除, 令

$$Z = \frac{1}{2}(Ma^2 - 1)^2 \quad (15)$$

这样, 就可以使(10)式在 $Ma = 1$ 时为非奇异的。在计算过程中, 对于 $Ma^2 = 1 \mp \sqrt{2Z}$ 中的正负号应作如下处理: 亚音段取负号, 超音段取正号, 在 $Z = 0$ 即 $Ma = 1$ 时改变符号, 同时(10)式中的 dA^*/dx^* 也要根据给定的喷管几何型面作相应的改变。

三、方程组的数值计算

1. 边值条件

方程组中的三个一阶常微分方程用龙格-库塔-基尔法求解。边界条件为喷管入口处的参数, 即化为初值问题来解。

在理论上, 喷管入口处 $x^* = 0$, $p^* = T_g^* = T_p^* = 1$, $u_g^* = u_p^* = 0$, 而 $A^* \rightarrow \infty$, 所以计算不能从 $x^* = 0$ 处开始, 认为在 $x^* = 0 \sim \delta^*$ 一小段内有

$$u_g^* = \alpha x^* \quad (16)$$

其它参数由下面各式求得:

$$u_p^* = bx^* = \frac{1}{2}(\sqrt{E^2 + 4E\alpha} - E)x^* \quad (17)$$

$$T_g^* = 1 - \frac{c_{pg}\alpha^2 x^{*2}}{c_e} \quad (18)$$

$$T_p^* = 1 - B_2 x^{*2} \quad (19)$$

$$p^* = \left(1 - \frac{c_{pg}\alpha^2 x^{*2}}{c_e} \right) \frac{c_e}{R} \left(1 + m_p \frac{b}{\alpha} \right) \quad (20)$$

式中

$$B_2 = \frac{B}{b} \left[\frac{\alpha^2 + m_p b^2}{\frac{B}{b} \left(1 + \frac{m_p c}{c_{pg}} \right) + 2} \right] \quad (21)$$

$$B_3 = \frac{c_e}{c} = \frac{\frac{B}{a} \left(1 + \frac{m_p c}{c_{pg}} \right) + 2 \frac{b}{a}}{\left(1 + m_p \frac{b^2}{a^2} \right) \left(\frac{B}{a} + 2 \frac{b}{a} \right)} \quad (22)$$

α 值根据经验选取, 在喷管喉部检验。若符合喉部条件, 说明 α 选得合适, 若不符合喉部条件, 按下式修正, 直至符合喉部条件。

$$\alpha_c = 0.5 \frac{(u_{g,t}^* - u_{g,t,R}^*)}{x_t^*} \quad (23)$$

$$\alpha_N = \alpha_0 + \alpha_c \quad (24)$$

式中, $u_{g,t}^*$ 和 $u_{g,t,R}^*$ 分别为按喉部条件得出的和按龙格-库塔-基尔法计算出的喉部无因次速度, α_0 为上一次计算中选取的 α 值, α_c 为 α 的修正值, α_N 为下一次计算取的 α 值。

2. 喉部条件

在几何喉部处 $d(\dot{W}/A)/dx = 0$, 可得出两相流的无因次音速

$$\alpha_m^* = \left\{ \frac{\frac{\gamma R}{2c_{pg}} \left(1 + m_p \frac{b}{a} \right) T_{g,t}^*}{1 + m_p \left[\gamma \frac{b}{a} - (\gamma - 1) \frac{b^2}{a^2} + (\gamma - 1) \left(1 + \frac{1}{B_3} + m_p \frac{b^2}{a^2} \right) \right]} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (25)$$

又求出

$$u_{g,t}^* = \frac{\alpha_m^*}{\left(1 + m_p \frac{\frac{du_p^*}{dx^*}}{\frac{du_g^*}{dx^*}} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (26)$$

将 $u_{g,t}^*$ 与 $u_{g,t,R}^*$ 比较, 修正 α 值, 进行迭代计算, 直至满足所需的精度。

3. 在计算中找 $Z = 0$ 的点

在喷管两相流的计算中, 关键是找到 $Ma = 1$, 即 $Z = 0$ 的位置。在纯气相喷管流动中, 于理想的情况下, $Ma = 1$ 在几何喉部。在两相喷管流动中, 在几何喉部的气流流速小于音速。

从(15)式可知, 在整个喷管流动中, $Z \geq 0$, 只当 $Ma = 1$ 时, $Z = 0$ 。在初始条件给得合理的情况下, Z 沿 x^* 的变化应如图 1 所示, 在 $Ma = 1, Z = 0$ 处, $dZ/dx^* = 0$; 当初始条件给得不合理或喷管型面不合理时, 会出现图中虚线所示的情况, 即 $Ma = 1, Z = 0$ 时, $dZ/dx^* \neq 0$ (若 $Z = 0$ 出现在几何喉部之前, 需修正初始条件)。以上两种情况在接近 $Z = 0$ 时, 若计算步长过大, 会出现 $Z < 0$ 的情况, 一旦发生这类情况就需减少步长(一般可用减半步长迭代计算)的方法来逐渐逼近 $Z = 0$ 处, 逼近程度可根据计算精度的要求而定。

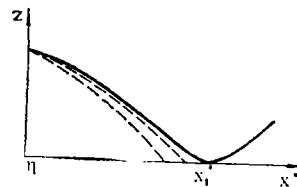


图 1 Z 沿 x^* 的变化曲线

四、计算结果及讨论

利用本计算方法编制了计算程序,对某台发动机的喷管做了两相流计算。下面各图中列出了 $m_p = 0.52$ 、 $m_p = 0.36$ 以及微粒直径 d_p 分别为3、5、10、20及 $40\mu\text{m}$ 的计算结果。

由图2可见,微粒尺寸对速度滞后有显著影响。例如,在喷管扩张段,直径为 $10\mu\text{m}$ 的微粒速度滞后约为 $5\mu\text{m}$ 的二倍。在喉部,速度滞后最大。由图3可见,微粒尺寸对温度滞后也有显著影响。喉部的温度滞后最大。

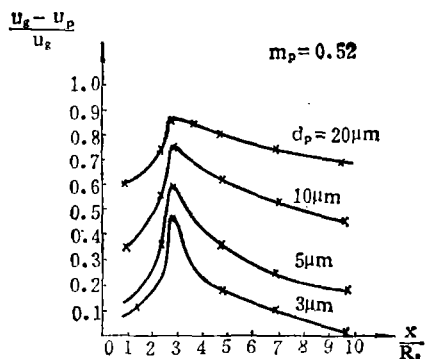


图2 速度滞后至与 d_p 及 x/R_t 的关系

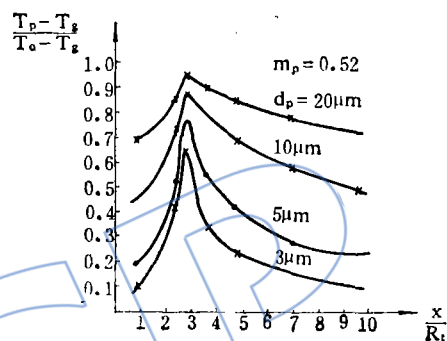


图3 温度滞后至与 d_p 及 x/R_t 的关系

由图4可知, $d_p = 40\mu\text{m}$,最大 Re 数接近120; $d_p = 5\mu\text{m}$ 时,最大 Re 数接近80,超过了斯托克斯流 $Re < 1$ 的数值。为了能迅速进行性能估算,开始可按斯托克斯流处理。然后再用适合于大 Re 数的阻力和传热公式修正。

图5、6分别画出了 d_p 为 $40\mu\text{m}$ 和 $5\mu\text{m}$ 的微粒与气相混合物的 p^* 、 T_g^* 及 T_p^* 沿喷管长度的变化曲线。

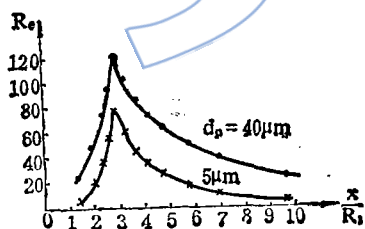


图4 Re 与 x/R_t 的关系

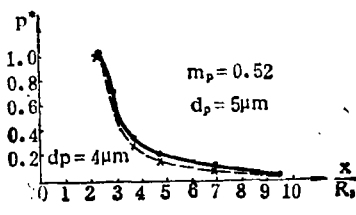


图5 p^* 与 x/R_t 的关系

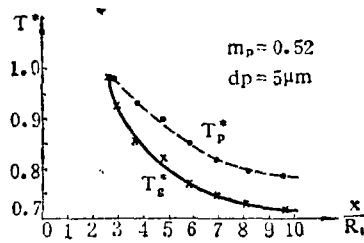


图6 T_g^* 及 T_p^* 与 x/R_t 的关系

根据计算结果可知,沿喷管长度 u_p/u_g 的变化范围约为0.4; $(T_0 - T_p)/(T_0 - T_g)$ 的变化范围约为0.5。显然,采用恒定比例滞后模型进行两相流计算是不妥的,只能用它作粗略的估算和定性分析。

在工作过程中曾得到张中钦同志的帮助和支持,在此我们表示诚挚的谢意。

参 考 文 献

1. Chang, I-Shih., "One and Two-Phase Nozzle Flows", AIAA 18th Aerospace Science Meeting, January 14-16, 1980.
2. Zucrow, M. J., and Hoffman, J. D., "Gas Dynamics", Vol. 2, 1977.
3. Kliegel, J. R., "Gas Particle Nozzle Flows", 9th International Symposium on Combustion, 1963.
4. Soo, S. L., "Fluid Dynamics of Multiphase Systems", 1967.
5. Hulberg, J. A., and Soo, S. L., "Two-Phase Flow Through a Nozzle", Astronautica Acta, Vol. 11, No. 3, 1965.
6. 张远君, "气-固两相流", 北京航空学院, (1981), 51-103.

(责任编辑 赵元修)

通 讯

液体火箭发动机液膜互击喷嘴研究动态

陈 杰

(国防科技大学)

在以往变推力双组元液体火箭发动机的研制中,采用了一种同轴环形缝隙式喷注器。为了研究几何参数和工作参数的改变对该喷注器液膜互击混合特性的影响,设计了一对平板直缝喷嘴来进行冷流模拟实验。

在进行实验之前用量纲分析的方法对液膜互击混合问题进行了分析。

为了避免直接描述内部机理不甚清楚的液相混合区。考虑液相混合完全由互击前两组元液膜的各自特性、相对位置关系和互击角 θ 确定。通过列出控制两液膜流动的守恒方程和定解条件,用方程分析法得到了控制该混合现象的二十个独立的无量纲参数 $\{\Delta p_f/\rho_f V_f^2\}$, $\{\rho_f V_f \delta_f/\mu_f\}$, $\{\sigma_f/\rho_f V_f^2 \delta_f\}$, $\{\rho_g V_g \delta_f/\mu_g\}$, $\{p_g/\rho_g V_g^2\}$, $\{\theta\}$, $\{d_{1f}/\delta_f\}$, $\{d_{10}/\delta_o\}$, $\{d_{2f}/\delta_f\}$, $\{d_{20}/\delta_o\}$, $\{\delta_o/\delta_f\}$, $\{p_o/p_f\}$, $\{\mu_f/\mu_o\}$, $\{\sigma_o/\sigma_f\}$, $\{\rho_g/\rho_f\}$, $\{\mu_g/\mu_f\}$, $\{\Delta p_o/\Delta p_f\}$, $\{V_f^{(0)}/V_f\}$, $\{V_o^{(0)}/V_o\}$, $\{V_o/V_f\}$ 。其中,下标 o, f, g 分别表示氧化剂、燃烧剂和环境气体; δ 表示液膜厚度;上标 (0) 为喷嘴入口分布值的特征值; d_1, d_2 分别为通道内和自由空间液膜的长度。

在不考虑横向气流的影响,采用水/水作为模拟介质(这时不模拟任何推进剂组合,而仅分析喷注器几何参数及工作参数的改变对混合的影响),以及 $d_{10}/\delta_o, d_{1f}/\delta_f$ 充分地大(大于50)和流动处于第二自模区($Re > 2500$)的情况下,得到了控制混合现象的七个无量纲参数:

$$\{Re_f, We_f, N_R, \theta, \delta_o/\delta_f, d_{2f}/\delta_f, d_{20}/\delta_o\}$$

其中,

$$N_R = 1/(1 + \rho_f V_f \delta_f/\rho_o V_o^2 \delta_o)$$

所得到的结果已被用于指导实验以及处理实验结果。

NUMERICAL SOLUTION OF A FULLY-COUPLED MODEL OF ONE-DIMENSIONAL TWO-PHASE NOZZLE FLOW

Wang Huiyu and Zhang Yuanjun

(Beijing Institute of Aeronautics and Astronautics)

Abstract

A numerical method for calculating a fully-coupled model of one-dimensional two-phase nozzle flow is described in brief. Governing equations are derived. The Runge-Kutta-Gill method is adopted to solve the equations numerically. The solution for uniform acceleration of gas phase is utilized as an approximate solution for the dimensionless distance $x^*(=x/L)=0$ to 0.02 , i.e. $u_g^*=\alpha x^*$. The initial value of α is determined by a trial and error approach and then checked at the throat. The solution is continued to the throat where the conditions must be satisfied. To eliminate the singularity of the equation, a superseding variable is introduced. The computations are performed for velocity-lag as well as temperature-lag of five particle sizes and two ratios of particle to gas flow rates. Temperature, pressure and velocity distributions of both gas and particle along the length of the nozzle are also obtained. In addition, various modes of one-dimensional two-phase nozzle flow have also been briefly reviewed.

DOMINANT FACTOR METHOD FOR ANALYZING DYNAMIC BEHAVIOUR OF GAS TURBINE

Ni Weidou and Xu Xiangdong

(Tsinghua University)

Abstract

A new proposal-dominant factor method-for analyzing the dynamic behaviour of gas turbine is suggested by utilizing the results of field identification by pseudo random binary signal and combining with the theoretical analysis. The basic concept can be stated as follows, though the dynamic behaviour of gas turbine is different for each operating point, one of the parameters of the gas turbine can be selected as the dominant factor dictating its dynamic response. This parameter is the partial derivative of air flow rate G_c versus speed of the gas generator rotor n_1 , that is $(\partial G_c / \partial n_1)$ in the compressor chart. Therefore, it is